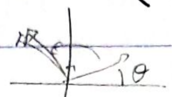
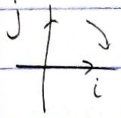
II.4 $r \in SO(E)$ $\det(r) = 1$

$$\mathrm{Mat}_{(i,j)}(r) = \begin{array}{cc} r(i) & r(j) \\ \left(\begin{array}{c} \cos\theta \\ \sin\theta \end{array}\right. & \left.\begin{array}{c} -\sin\theta \\ \cos\theta \end{array}\right) \end{array} \begin{array}{c} \\ i \\ j \end{array}$$

← ce sera la même matrice dans n'importe quelle base orthonormée DIRECTE (prop. 10)





(j,i) indirecte

on cherche $\mathrm{Mat}_{(j,i)}(r)$

↳ retour à la def : on remplit en colonne

1ère colonne $r(j) = -\sin\theta \, i + \cos\theta \, j$) → coordonnées de ce vecteur dans la base (j,i)

la matrice $\mathrm{Mat}_{(i,j)}(r)$ nous donne

$r(i) = \cos\theta \, i + \sin\theta \, j$ (lecture 1re colonne)

$r(j) = -\sin\theta \, i + \cos\theta \, j$

DONC $r(j) = \cos\theta \, j - \sin\theta \, i$

$$\mathrm{Mat}_{(j,i)}(r) = \begin{array}{c} r(j) \\ \left(\begin{array}{cc} \cos\theta & \\ -\sin\theta & \end{array}\right) \end{array} \begin{array}{c} \\ j \\ i \end{array}$$

2e colonne $r(i) = \sin\theta \, j + \cos\theta \, i$

FINALEMENT $\mathrm{Mat}_{(j,i)}(r) = \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}$

↳ on aurait pu remarquer que dans la base (j,i) r est la rotation d'angle $-\theta$