

**I. ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES LINÉAIRES D'ORDRE 1**

- Groupe 2  
Que signifie "différentielle" dans le titre ?  
-> inconnue fonction et dérivées.
- Groupe 8  
Pourquoi notation abusive, lien avec la suite peu clair.  
-> j'attends juste que résoudre une équation différentielle, c'est chercher toutes les solutions (toutes les fonctions solutions).
- Groupe 5  
Question sur l'exemple pour le problème de Cauchy : on suppose qu'on connaît les solutions de la première équation ?  
-> je veux juste un exemple précis, inventé par vous-mêmes. Pas nécessairement résolu.  
A bien compris que la condition initiale amène à déterminer les constantes présentes dans la solution générale de l'équation différentielle.
- Groupe 2  
Différence d'attendus sur les théorèmes de structure entre "structure de l'ensemble des solutions d'une équation homogène" et au point suivant  $\mathcal{S}_0 = \{...\}$  ?  
-> C'est le même résultat mais exprimé de deux manières différentes : la première reprend l'expression, en français du cours :  $\mathbb{K}$ -espace de dimension 1, la deuxième attend une formulation par ensemble.
- Groupe 8  
Est-ce qu'on résout l'équation sur  $]0, +\infty[$  (exclu 0 ou pas ?)  
-> oui, on peut. C'est l'ensemble de départ de  $y$  (et son ensemble d'arrivée est  $\mathbb{R}$ ). 0 exclu car il y a  $\frac{1}{t}$  dans l'équation. On peut aussi se placer sur  $] -\infty, 0[$ .
- Groupe 6  
Comment on trouve une primitive de  $t \mapsto \cos(3t)e^{-2t}$ . Calcul commencé avec une formule d'Euler pour transformer le cos.  
-> Regrouper les exponentielles, on arrive à  $e^{(3i-2)t}$ , on sait primitiver, et on fait pareil avec l'autre.  
Ou on prend la partie réelle.  
On peut aussi faire deux intégrations par parties à partir de  $\cos(3t)e^{-2t}$ .
- Groupe 8  
Question sur l'équation diff avec variation de la constante : on a trouvé  $\lambda$  mais on ne voit pas la solution.  
-> la solution est alors  $y(t) = \lambda(t)e^{-1/t}$  comme c'est écrit au début de la méthode de variation (on pose bien la recherche : je cherche une solution particulière  $y$  de la forme  $t \mapsto \lambda(t)y_0(t)$  où  $y_0$  est solution de l'équation homogène.)

**II. ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES LINÉAIRES D'ORDRE 2 À COEFFICIENTS CONSTANTS**

- Groupe 8  
Choix des conditions initiales pour un problème de Cauchy pour l'exemple à donner.  
-> Libre du moment que vous imposez les valeurs de  $y$  et  $y'$  en un même  $t_0$ .
- Groupe 2  
Erreur d'énoncé vu sur  $y'' + a(t)y' + b(t)y = c(t)$ .

-> bien vu !

Définition de la linéarité d'une équation ?

-> Une équation différentielle générale est de la forme  $F(t, y) = 0$  où  $F$  fait intervenir  $y$  et ses dérivées. On dit que l'équation est linéaire si  $F(t, y_1 + y_2) = F(t, y_1) + F(t, y_2)$  et  $F(t, \lambda y) = \lambda F(t, y)$ .

Par exemple pour  $ty' + y = 0$ , la fonction  $F$  serait  $(t, y) \mapsto ty' + y$ .

Finalement, dans  $F$  on ne doit avoir que des "combinaisons linéaires" de  $y$  et ses dérivées (combinaison avec des coefficients fonctions de  $t$ ).

- Groupe 3

Notation : on dit  $C^2$  sur ... un intervalle ?

->oui

- Groupe 3

Théorème de structure pour l'ordre 2 : n'est-ce pas la même chose que le théorème de superposition ?

-> en fait, oui probablement (la démo est la même, le théorème de superposition est plus général).

- Groupe 8

Dans:

" Prenons  $(E)$ , une équation différentielle linéaire d'ordre 2 et son équation homogène  $(H)$ . On suppose que  $f : t \mapsto e^t$  et  $g : t \mapsto t^2 + 1$  sont deux solutions de l'équation  $(H)$ . De plus,  $h : t \mapsto te^{-t}$  est une solution de  $(E)$ . Donner l'ensemble  $\mathcal{S}_0$  des solutions de  $H$  et l'ensemble  $\mathcal{S}$  des solutions de  $(E)$ .", on nous donne des fonctions solutions alors que pour résoudre une équation linéaire, on résout l'équation caractéristique.

-> C'est normal de donner des fonctions lorsque l'on parle de solution d'une équation différentielle.

Attention, ici, l'équation n'est pas précisée, on sait juste qu'elle est linéaire d'ordre 2 mais on ne sait pas qu'elle est à coefficients constants ! Donc le cadre que vous essayez d'utiliser n'est pas le bon !

L'attendu ici est de mettre en pratique le théorème de structure cité juste au-dessus.

- Groupe 5

Résolution de  $y'' + 2y' - 3y = \cos x$ , comment chercher une solution particulière ? On a résolu l'équation homogène. On passe à  $y'' + 2y' - 3y = e^{ix}$ , et on prend la partie réelle ensuite mais on ne comprend pas l'histoire du  $\gamma$  dans le poly.

Et si il y a une constante devant le  $\cos x$ , on la garde ?

-> ici les solutions de l'équation homogène sont  $x \mapsto e^x$  et  $x \mapsto e^{-3x}$ , et le second membre est  $e^{ix}$ . Le  $\gamma$  est donc  $i$  ici, et il n'est pas solution de l'équation caractéristique (qui sont 1 et -3). donc on peut chercher sous la forme  $x \mapsto Be^{ix}$ .

-> si il y a une constante, par exemple si le second membre est  $2 \cos x$ , on aura en second membre  $2e^{ix}$ , et cela ne change rien au choix pour chercher la solution particulière :  $y : x \mapsto Be^{ix}$ . C'est quand on va "réinjecter" dans l'équation que le 2 va jouer un rôle.

- Groupe 6

Résolution de  $y'' - 2y' + y = te^t$  : problème car quand on cherche une solution particulière, on trouve  $B = \frac{t}{2}$ , or le  $B$  ne peut pas dépendre de  $t$  (d'après le référent !)

-> Vous devez relire le paragraphe sur la recherche de solution particulière, dans le cas des coefficients constants, et mieux le comprendre car vous vous êtes trompé dans le choix de la forme de la solution particulière.